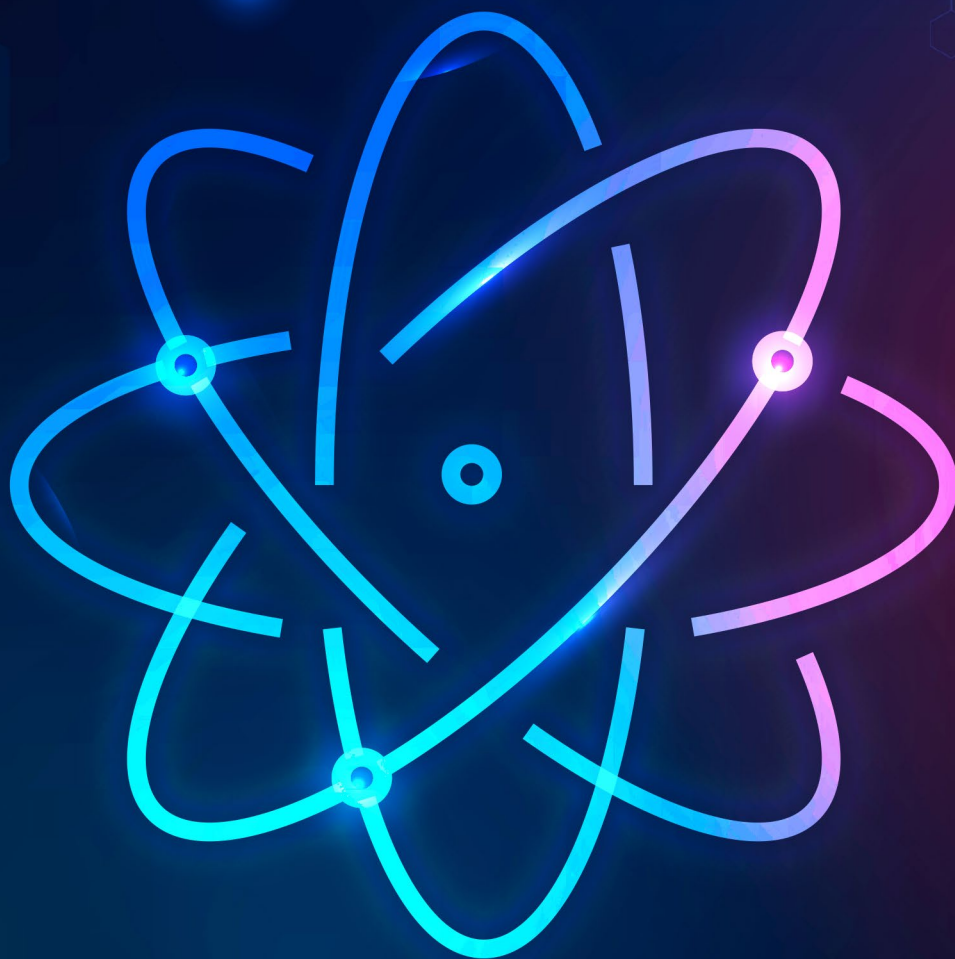




نشریه علمی دانشجویی

پیمین QTEC

شماره ششم بهار ۱۴۰۳

درهم‌تندی‌گی و کاربردها

ارتباطات کوانتومی

ترانزیستورهای مبتنی بر تداخل‌های کوانتومی

شماره‌های منتشرشده نشریه

شناسنامه

نشریه علمی-دانشجویی کیوتک

شماره ششم بهار ۱۴۰۳

صاحب امتیاز: انجمن علمی-دانشجویی فناوری های کوانتومی
دانشکده فیزیک دانشگاه تبریز

دکتر بهروز رضائی

استاد مشاور

هادی جلیلی پناه

مدیر مسئول

محمدامین مهربادی

سر دبیر

بهرنگ گلاور

دبیر اجرایی

مبینا سیدی

طراح، گرافیک و صفحه آرا

محمدامین مهربادی

سرپرست گروه ویراستاری

فرشید عباس زاده ، هادی جلال پناه

گروه ویراستاری

بابک فتحی

سرپرست گروه خبری

پوریا کشفی

گروه خبری



مجله سبز

آموزش

۱ درهم تنیدگی و کاربرد آن

مقالات

۱۱ ارتباطات کوانتومی

۱۸ اطلاعات کوانتومی

اخبار

۲۹ ترانزیستور های مبتنی بر تداخل کوانتومی

سبز در سبز

اقیانوسی بی‌کران که
غرق شدن در آن لذت
بخش است؛ آری علم را
می‌گوییم.

از تمامی دست اندرکاران
که همواره در تلاش
هستند. تا تمامی شماره
های نشریه کیوتک با
وزن علمی بالا به دست
شما عزیزان برسد، نهایت
تشکر را دارم.

درهم‌تنیدگی و کاربردها

نرگس ایمانی

دانشکده فیزیک، دانشگاه اصفهان

دانشجوی دکتری اتمی مولکولی دانشگاه اصفهان

پست الکترونیکی: sci.ui.ac.ir@imani۹۴

در مقاله‌های آموزشی گذشته فصلنامه کیوتک، به طور خلاصه به معرفی کیوبیت پرداخته و برخی تفاوت‌های آن با بیت کلاسیکی را برشمردیم و راجع به انواع گیت‌های کلاسیکی و کوانتومی صحبت کردیم. همچنین در شماره قبل به موضوع مهم اندازه‌گیری کوانتومی پرداخته و انواع اندازه‌گیری را معرفی کردیم. در این مقاله، به درهم‌تنیدگی، یکی از مهمترین مفاهیم در اطلاعات کوانتومی می‌پردازیم.

درهم‌تنیدگی^۱ کوانتومی، همبستگی بین دو یا چند سامانه‌ی کوانتومی است. این همبستگی‌ها از توصیف کلاسیکی پیروی نمی‌کنند و به پدیده‌های ذاتاً کوانتومی مرتبط هستند. به همین دلیل، درهم‌تنیدگی نقش مهمی در توسعه و آزمایش نظریه کوانتوم ایفا کرده است. این مفهوم یک عنصر مهم در قلب اطلاعات کوانتومی محسوب می‌شود. با این حال، ارائه تعریف دقیق از درهم‌تنیدگی، غیر از اینکه ویژگی حالت‌های درهم‌تنیده است، آسان نیست. بنابراین اکنون باید بدانیم حالت‌های درهم‌تنیده چگونه تعریف می‌شوند.

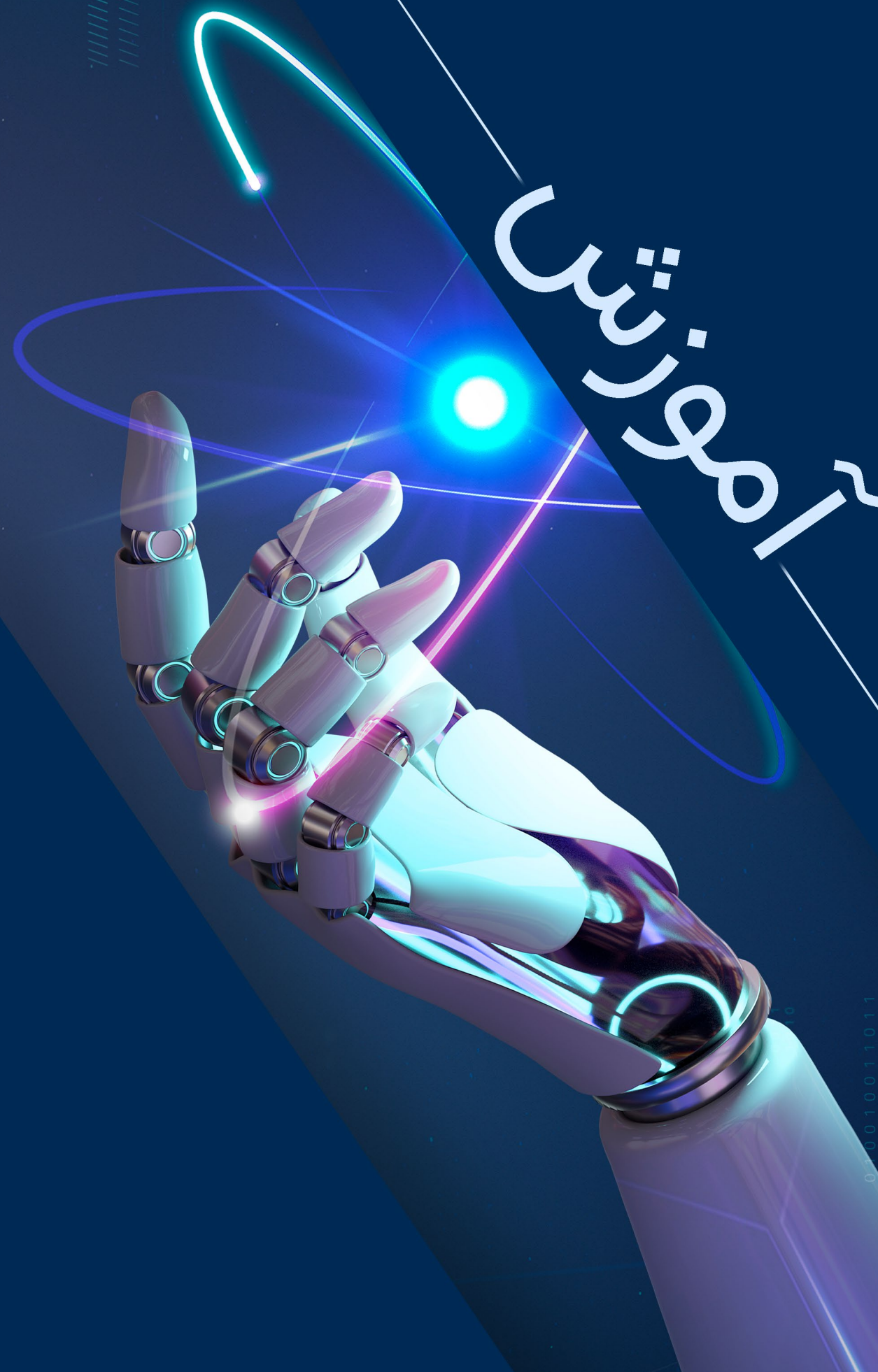
برای بحث در مورد حالت‌های درهم‌تنیده، حالت‌های خالص^۲ دو سامانه‌ی کوانتومی a و b را در نظر می‌گیریم. در بخش آموزشی شماره‌های قبلی نشریه کیوتک دیدیم که حالت سامانه‌ی ترکیبی برابر با ضرب مستقیم حالت‌های خالص دو سامانه در هم، است:

$$|\psi\rangle = |\lambda\rangle_a |\phi\rangle_b.$$

طبق اصل برهم‌نهی، هر برهم‌نهی از حالت‌های ضربی نیز یک حالت مجاز برای سامانه‌ی ترکیبی است. برای مثال حالت دو کیوبیتی

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_a |0\rangle_b + |1\rangle_a |1\rangle_b),$$

Entanglement ۱
pure ۲



را در نظر بگیرید. این حالت با کمک برهمنهی و به صورت حاصل ضرب حالت‌های سامانه‌ی a و b نوشته شده است؛ اما نمی‌توان آن را در حالت کلی مشابه (۱) و به صورت حاصل ضرب حالت سامانه‌ی a در حالت سامانه‌ی b نوشت. حالت‌های دارای این ویژگی را که نمی‌توان به صورت ضرب تانسوری زیر سامانه‌ها نوشت، درهم‌تنیده می‌نامند. بنابراین برای درهم‌تنیده بودن حالت سامانه‌ی کل، نوشتن حالت به صورت برهمنهی شرط کافی نیست؛ برای درهم‌تنیده بودن، نباید این حالت‌ها را بتوان به صورت ضرب تانسوری هر زیر سامانه نوشت. برای مثال حالت

$$|\psi\rangle = \frac{1}{2}(|0\rangle_a|0\rangle_b + |0\rangle_a|1\rangle_b + |1\rangle_a|0\rangle_b + |1\rangle_a|1\rangle_b) \\ = \left[\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_a + |1\rangle_a) \right] \otimes \left[\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_b + |1\rangle_b) \right],$$

با اینکه یک حالت برهمنهی است، اما می‌توان آن را به صورت حاصل ضرب حالت‌های هر زیر سامانه نوشت و در نتیجه این حالت درهم‌تنیده نیست.

گاهی فهمیدن اینکه آیا حالت‌ها را می‌توان به صورت ضرب تانسوری حالت هر زیرسامانه نوشت، کار دشواری است؛ بنابراین به روش ساده‌تری برای تشخیص درهم‌تنیدگی نیاز داریم. روش دیگر تشخیص درهم‌تنیدگی حالت‌ها این است که در ماتریس چگالی سامانه‌ی کل، روی درجات آزادی یک زیرسامانه ردّ گرفته و ماتریس کاهش یافته‌ی زیرسامانه‌ی دیگر را بدست آوریم. سپس اگر ردّ توان دوم ماتریس چگالی کاهش یافته کوچکتر از یک بود، آن حالت درهم‌تنیده خواهد بود. ماتریس چگالی غیر درهم‌تنیده‌ی حالت (۱)، به صورت

$$\hat{\rho}_{ab} = |\lambda\rangle\langle\lambda| \otimes |\varphi\rangle\langle\varphi|,$$

است. با گرفتن ردّ جزئی روی درجات آزادی زیرسامانه‌ی b، $\text{Tr}_b\{\hat{\rho}_{ab}\} = |\lambda\rangle\langle\lambda| \otimes \text{Tr}_b\{|\varphi\rangle\langle\varphi|\} = |\lambda\rangle\langle\lambda|$ به صورت $\hat{\rho}_a = |\lambda\rangle\langle\lambda|$ در می‌آید که ماتریس چگالی یک حالت خالص است. به وضوح، $\hat{\rho}_a^2 = \hat{\rho}_a$ و $\text{Tr}\{\hat{\rho}_a^2\} = 1$ است. هر حالت غیر درهم‌تنیده‌ی خالص را می‌توان به صورت (۱) نوشت و در نتیجه شرط $\text{Tr}\{\hat{\rho}_a^2\} = 1$ ویژگی مشخصه‌ی حالت‌های غیر درهم‌تنیده است. اگر برای یک حالت $\text{Tr}\{\hat{\rho}_a^2\} \neq 1$ باشد، در اینصورت آن حالت درهم‌تنیده است. همواره هر حالت درهم‌تنیده یک سامانه‌ی دو کیوبیتی را می‌توان به صورت

$$|\psi\rangle = \sum_n a_n |\lambda_n\rangle_a |\varphi_n\rangle_b,$$

نوشت. در اینجا $\{|\lambda_n\rangle_a\}$ و $\{|\varphi_n\rangle_b\}$ به ترتیب مجموعه پایه‌های متعامد و بهنجار سامانه‌های a و b هستند. بنابراین هر حالت $|\lambda_n\rangle$ سامانه‌ی a به طور یکتا

به یک حالت $|\varphi_n\rangle$ سامانه‌ی b مرتبط می‌شود. این شکل نمایش حالت‌ها تحت عنوان تجزیه‌ی اشمیت^۴ شناخته می‌شود و حالت‌های متعامد و بهنجار، ویژه‌حالت‌های ماتریس‌های چگالی کاهش یافته‌ی سامانه‌های a و b هستند:

$$\hat{\rho}_a = \sum_n |a_n|^2 |\lambda_n\rangle\langle\lambda_n|, \\ \hat{\rho}_b = \sum_n |a_n|^2 |\varphi_n\rangle\langle\varphi_n|.$$

برای هر حالت دلخواه، همواره می‌توان این تجزیه را انجام داد. ارتباط بین تجزیه اشمیت و عملگرهای چگالی کاهش یافته، روشی برای بدست آوردن تجزیه اشمیت حالت درهم‌تنیده یک سامانه‌ی دو جزئی ارائه می‌دهد. همچنین نشان می‌دهد که یک حالت درهم‌تنیده را می‌توان به شکل (۶) نوشت. فرض کنید حالت کلی سامانه‌ی کوانتومی دوجزئی بر حسب پایه‌های متعامد $\{|a_i\rangle\}$ و $\{|b_j\rangle\}$ به صورت

$$|\psi\rangle = \sum_{ij} c_{ij} |a_i\rangle \otimes |b_j\rangle,$$

بسط داده شده باشد. از طریق این بسط، می‌توان عملگر چگالی کاهش یافته $\hat{\rho}_a$ را تشکیل داد و با قطری کردن آن، ویژه‌حالت‌های $|\lambda_n\rangle$ بدست آورد. اگر حالت‌های $|a_i\rangle$ را به صورت برهمنهی از این ویژه‌حالت‌ها بنویسیم

$$|a_i\rangle = \sum_n u_{in} |\lambda_n\rangle;$$

در اینصورت حالت سامانه به صورت

$$|\psi\rangle = \sum_{ijn} u_{in} c_{ij} |\lambda_n\rangle \otimes |b_j\rangle = \sum_{nj} d_{nj} |\lambda_n\rangle \otimes |b_j\rangle,$$

در می‌آید. عملگر چگالی کاهش یافته‌ی سامانه‌ی a را می‌توان با گرفتن ردّ از $|\psi\rangle\langle\psi|$ نسبت به پایه‌های $\{|b_j\rangle\}$ بدست آورد:

$$\hat{\rho}_a = \text{Tr}_b\{|\psi\rangle\langle\psi|\} = \text{Tr}_b\left\{ \sum_{nj} d_{nj} |\lambda_n\rangle \otimes |b_j\rangle \sum_{ki} d_{ki}^* \langle\lambda_k| \otimes \langle b_i| \right\} \\ = \sum_{nj} \sum_{ki} d_{nj} d_{ki}^* |\lambda_n\rangle \langle\lambda_k| \otimes \text{Tr}_b\{|b_j\rangle\langle b_i|\} = \sum_{nj} \sum_{ki} d_{nj} d_{ki}^* |\lambda_n\rangle \langle\lambda_k| \delta_{ij} \\ = \sum_{njk} d_{nj} d_{kj}^* |\lambda_n\rangle \langle\lambda_k|.$$

با توجه به شرط اینکه $|\lambda_n\rangle$ باید ویژه‌حالت‌های $\hat{\rho}_a$ باشد، مولفه‌های غیرقطری حذف و تنها مولفه‌های قطری ($n=k$) باقی می‌ماند؛ یعنی

$$\sum_j d_{nj} d_{kj}^* = |a_n|^2 \delta_{nk}.$$

این شرط همچنین تضمین می‌کند که حالت‌های $|\varphi_n\rangle = \sum_j (d_{nj}/a_n)|b_j\rangle$ متعامد و بهنجار باشند، به طوری که

$$|\psi\rangle = \sum_n a_n |\lambda_n\rangle \otimes |\varphi_n\rangle,$$

بنابراین هر حالت دلخواه سامانه‌ی دو جزئی را می‌توان بر حسب ویژه حالت‌های عملگر چگالی کاهش یافته‌ی هر زیرسامانه نوشت. توجه کنید که هر دو ماتریس چگالی (۷) و (۸) دارای ویژه مقادیرهای یکسان، $|a_n|^2$ ، هستند و این یعنی $\text{Tr}\{\hat{\rho}_a^2\} = \text{Tr}\{\hat{\rho}_b^2\}$ است. اگر حالت‌های $\{|\lambda_n\rangle\}$ و $\{|\varphi_n\rangle\}$ ، ویژه حالت‌های یک جفت عملگر به صورت

$$\begin{aligned}\hat{A} &= \sum_n \lambda_n |\lambda_n\rangle_a \langle \lambda_n|, \\ \hat{B} &= \sum_n \varphi_n |\varphi_n\rangle_b \langle \varphi_n|,\end{aligned}$$

باشند و اگر همه‌ی ویژه مقادیر متمایز باشند، در اینصورت یک اندازه‌گیری روی $\hat{A}$ به طور یکتا خروجی اندازه‌گیری روی $\hat{B}$ را نیز مشخص می‌کند و برعکس. در این وضعیت، می‌بینیم که مشاهده پذیرهای a و b کاملاً همبسته هستند.

در میان انواع مختلف حالت‌های درهم‌تنیده‌ی ممکن، حالت‌های بل^۵ بسیار برجسته هستند. دلیل مهم بودن این حالت‌ها پیاده‌سازی تجربی آن‌ها توسط چندین آزمایش و سادگی آن‌ها است. چهار حالت بل به طور معمول به صورت

$$|\Psi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle \otimes |1\rangle - |1\rangle \otimes |0\rangle)$$

$$|\Psi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle \otimes |1\rangle + |1\rangle \otimes |0\rangle)$$

$$|\Phi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle \otimes |0\rangle - |1\rangle \otimes |1\rangle)$$

$$|\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle \otimes |0\rangle + |1\rangle \otimes |1\rangle)$$

در نظر گرفته می‌شوند. اولین حالت تحت جابه‌جایی کیوبیت‌ها پادمتقارن و سه حالت دیگر متقارن هستند. به زبان تکانه‌ی زاویه‌ای، اولین حالت دارای تکانه زاویه‌ای کل صفر و سه حالت دیگر دارای تکانه زاویه‌ای کل یک هستند. حالت‌های بل ویژه حالت‌های مشترک سه عملگر $\hat{\sigma}_x \otimes \hat{\sigma}_x$ ، $\hat{\sigma}_y \otimes \hat{\sigma}_y$ ، و $\hat{\sigma}_z \otimes \hat{\sigma}_z$ با ویژه مقادیرهای ± 1 ، بسته به اینکه مولفه‌های اسپینی با هم برابر (+1) یا مخالف (-1) باشند، هستند. بنابراین می‌بینیم که با اندازه‌گیری یک کیوبیت می‌توانیم مقدار کیوبیت دوم را هم متوجه شویم. عملگرهای تک کیوبیتی $\hat{\sigma}_x$ ، $\hat{\sigma}_y$ و $\hat{\sigma}_z$ با هم جابه‌جا نمی‌شوند، بنابراین عملگرهای همزمان نیستند و

ویژه مقادیرهای مشترک نیز ندارند؛ و این یعنی اندازه‌گیری همزمان هر کدام از این حالت‌ها توسط یک آزمایش و دانستن حالت هر دو کیوبیت در یک آزمایش طبق اصول مکانیک کوانتومی غیرممکن است. با این حال در اینجا، با یک اندازه‌گیری روی کیوبیت اول، حالت کیوبیت دوم به صورت آبی مشخص می‌شود و مهم نیست که این دو کیوبیت چقدر از هم دور باشند. این مساله که اندازه‌گیری روی حالت کیوبیت اول باعث شود وضعیت کیوبیت دوم مستقل از فاصله و به صورت آبی تغییر پیدا کند، باعث شد تا اینشتین، پودولسکی و روزن^۶ اعتبار مکانیک کوانتومی را به‌عنوان یک نظریه بنیادی زیر سوال ببرند و توجه زیادی به این موضوع معطوف شد. در شماره بعدی نشریه کیوتک، به این رفتار غیربديهی غیرموضعی و متناقض نمای EPR می‌پردازیم.

درهم‌تنیدگی فقط به سامانه‌های کوانتومی دوجزئی محدود نمی‌شود، و به ویژه در محاسبات کوانتومی، ممکن است تعداد بسیار زیادی کیوبیت با یکدیگر درهم‌تنیده شوند. به همین دلیل مطالعه حالت‌های درهم‌تنیده بیش از دوجزء بسیار مفید و جالب است. با افزایش تعداد سامانه‌ها، تنوع حالت‌های درهم تنیده‌ی احتمالی به سرعت افزایش می‌یابد. برای مثال حتی با فقط سه کیوبیت می‌توانیم حالت‌هایی داشته باشیم که در آن دو تا از کیوبیت‌ها با یکدیگر درهم‌تنیده باشند؛ اما مثلاً با سومی درهم‌تنیده نباشند:

$$\frac{1}{2}(|010\rangle - |100\rangle + |011\rangle - |101\rangle) = |\Psi^-\rangle \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle).$$

همچنین این امکان وجود دارد که سه کیوبیت به طور کامل در هم‌تنیده شوند و ویژگی‌های هر یک با هر دو کیوبیت دیگر مرتبط باشد. دو مثال مهم عبارتند از حالت GHZ (گرینبرگر-هورن-زایلینگر^۷) و حالت ورنر^۸ که به شکل زیر هستند:

$$|\text{GHZ}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|000\rangle + |111\rangle),$$

$$|W\rangle = \alpha|001\rangle + \beta|010\rangle + \gamma|100\rangle,$$

در اینجا α ، β و γ دامنه‌های احتمال هستند که هیچ کدام مقدار صفر نمی‌گیرند و به وضوح در این حالت‌ها هر سه کیوبیت به طور متقابل درهم‌تنیده‌اند. می‌توان این درهم‌تنیدگی متقابل کیوبیت‌ها را به دو روش نشان داد. اولین روش، تشکیل عملگرهای چگالی کاهش یافته‌ی هر سه کیوبیت است. با تشکیل $\hat{\rho}_a$ ، $\hat{\rho}_b$ و $\hat{\rho}_c$ در می‌یابیم که برای هر یک از این ماتریس‌های چگالی، $\text{Tr}\{\hat{\rho}_i^2\} < 1$ است. برای حالت GHZ، به ازای هر کیوبیت مخالف (-1) است. روش دوم و نسبتاً مستقیم‌تر توجه به این نکته است که هر اندازه‌گیری روی یکی از سه کیوبیت، وضعیت دو کیوبیت باقی مانده را تغییر

^۶ (Einstein, Podolsky, and Rosen (EPR

^۷ (Greenberger-Horne-Zeilinger (GHZ

^۸ Werner

می‌دهد. به عنوان مثال، اگر کیوبیت سوم در حالت ورنر برابر $|1\rangle$ اندازه‌گیری شود، وضعیت دو کیوبیت دیگر به صورت آبی به $|00\rangle$ تغییر می‌کند؛ اما اگر کیوبیت سوم پس از اندازه‌گیری در حالت $|0\rangle$ یافت شود، وضعیت دو کیوبیت دیگر در حالت درهم‌تنیده‌ی $(|\beta|01\rangle + |\gamma|10\rangle) / (|\beta|^2 + |\gamma|^2)^{1/2}$ قرار می‌گیرد. با این حال، برای حالت (۲۱)، متوجه می‌شویم که $\text{Tr}\{\hat{\rho}_c^2\} = 1$ است و اندازه‌گیری حالت کیوبیت سوم، حالت دو کیوبیت دیگر را تغییر نمی‌دهد و این یعنی حالت یادشده، خالص است.

برای چهار کیوبیت یا تعداد بیشتر، حالت‌های درهم‌تنیده پیچیده‌تری امکان پذیر است. به عنوان مثال حالت $|\Psi^+\rangle_{ab} |\Psi^+\rangle_{cd}$ را در نظر بگیرید که در آن کیوبیت‌های a و b و کیوبیت‌های c و d دو به دو درهم‌تنیده هستند؛ اما جفت اول با جفت دوم درهم‌تنیده نیست. برای چنین حالت‌هایی، روش‌های مناسب‌تری برای توصیف کامل درهم‌تنیدگی مورد نیاز است. اگر دو یا چند سامانه درهم‌تنیده باشند، در نتیجه لزوماً برخی از ویژگی‌های این سامانه‌ها با هم همبسته خواهد بود. برای یک جفت مشاهده‌پذیر a و b که به ترتیب مربوط به یکی از این زیر سامانه‌ها است، مقدار انتظاری حاصلضرب عملگرها در حالت کلی قابل تفکیک نیست:

$$\langle \hat{A} \otimes \hat{B} \rangle \neq \langle \hat{A} \rangle \langle \hat{B} \rangle.$$

وجود ویژگی‌های همبسته مختص حالت‌های درهم‌تنیده یا حتی فیزیک کوانتومی نیست. با این حال، حالت‌های درهم‌تنیده همبستگی‌هایی را نشان می‌دهند که سامانه‌های کلاسیک نمی‌توانند آن‌ها را نشان دهند. بنابراین اصطلاح درهم‌تنیدگی برای همبستگی‌های ذاتاً کوانتومی مورد استفاده قرار می‌گیرد. تمامی حالت‌های خالص همبسته، درهم‌تنیده هستند؛ اما این گزاره برای حالت‌های آمیخته‌ی آماری صحیح نیست. اگر حالت آمیخته‌ی دو سامانه‌ی a و b دارای عملگر چگالی

$$\hat{\rho} = \hat{\rho}_a \otimes \hat{\rho}_b.$$

باشد، در اینصورت دو سامانه به وضوح غیر همبسته‌اند. به حالتی که از ترکیب آماری این حالت‌ها تشکیل شده است،

$$\hat{\rho} = \sum_{i,j} P(a_i, b_j) \hat{\rho}_a^i \otimes \hat{\rho}_b^j,$$

حالت همبسته و نه درهم‌تنیده می‌گویند. چنین حالت‌هایی را می‌توان با کمک ارتباطات کلاسیکی به طوری آماده سازی کرد که هیچ همبستگی کوانتومی مرتبط با درهم‌تنیدگی از خود نشان ندهند. همچون حالت‌های خالص، تعریف حالت‌های آمیخته‌ی غیر درهم‌تنیده بسیار ساده‌تر از حالت‌های آمیخته‌ی درهم‌تنیده است. حالت آمیخته‌ی غیر درهم‌تنیده‌ی سامانه‌ی کوانتومی دو جزئی، حالتی است که می‌توان آن را به شکل (۲۱) نشان داد و در آن $\{P(a_i, b_j)\}$

ها یک مجموعه‌ی (مثبت) از احتمال‌های توأم هستند. یک حالت آمیخته درهم‌تنیده است، اگر نتوان آن را به این شکل نوشت.

داشتن آزمونی که توسط آن بتوان درهم‌تنیده بودن یک حالت آمیخته‌ی آماری را تعیین کرد، بسیار مفید است؛ اما در حال حاضر چنین آزمون جهان شمولی وجود ندارد و یافتن چنین آزمونی یکی از سوال‌های مهم در نظریه اطلاعات کوانتومی هستند. با این حال، یک شرط کافی برای درهم‌تنیده بودن یک حالت آمیخته وجود دارد. این شرط بر اساس ترانهاده‌ی عملگر چگالی یا به طور دقیق‌تر بر حسب ترانهاده‌ی جزئی^۹ ماتریس چگالی مطرح می‌شود. اگر با کمک پایه‌های $\{|n\rangle\}$ عملگر چگالی را به صورت ماتریسی بنویسیم، در اینصورت عناصر ماتریس با ρ_{mn} نشان داده می‌شوند. عناصر متناظر با ماتریس ترانهاده‌ی عملگر چگالی نیز با ρ_{nm} مشخص می‌شوند. به طور هم‌ارز، اگر عملگر چگالی

$$\hat{\rho} = \sum_{mn} \rho_{mn} |m\rangle \langle n|,$$

باشد، بنابراین $\hat{\rho}^T$ از طریق تبدیل $|m\rangle \langle n|$ به $|n\rangle \langle m|$ بدست می‌آید. برای یک کیوبیت، ماتریس چگالی در پایه‌های محاسباتی $|0\rangle$ ، $|1\rangle$ به شکل

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_{00} & \rho_{01} \\ \rho_{10} & \rho_{11} \end{pmatrix},$$

است که $\rho_{10} = \rho_{01}^*$. ترانهاده‌ی عملگر چگالی ($\hat{\rho}^T$) نیز دارای شکل ماتریسی

$$\rho^T = \begin{pmatrix} \rho_{00} & \rho_{10} \\ \rho_{01} & \rho_{11} \end{pmatrix},$$

است. به وضوح این یک ماتریس چگالی مجاز است و به طور کلی، اگر $\hat{\rho}$ یک عملگر چگالی ممکن برای یک سامانه کوانتومی باشد، پس $\hat{\rho}^T$ نیز یک عملگر چگالی مجاز است. ترانهاده کردن حالت یک جزء سامانه کوانتومی دو جزئی و تغییر ندادن حالت جزء دوم را ترانهاده جزئی یا PT می‌نامند. اگر حالت غیر درهم‌تنیده‌ی (۲۱) را در نظر بگیریم و تنها روی سامانه‌ی دوم عمل ترانهاده کردن را انجام دهیم، ماتریس چگالی کل به شکل

$$\hat{\rho}^{PT} = \sum_{i,j} P(a_i, b_j) \hat{\rho}_a^i \otimes \hat{\rho}_b^{jT},$$

در می‌آید. حالت بدست آمده، یک حالت مجاز برای سامانه است؛ چراکه ترانهاده‌ی هر عملگر چگالی مجاز (در این مورد $\hat{\rho}_b^{jT}$) خود یک عملگر چگالی مجاز است. با این حال، انجام عمل ترانهاده جزئی روی یک حالت درهم‌تنیده، لزوماً به یک عملگر چگالی مجاز منجر نمی‌شود. به طور خاص، برای یک حالت درهم‌تنیده، اغلب متوجه می‌شویم که $\hat{\rho}^{PT}$ دارای ویژه مقادیر منفی است و هر ماتریس چگالی مجاز باید مثبت باشد.

یک مثال ساده، حالت پل $|\Psi^-\rangle$ است که در پایه‌های محاسباتی $|00\rangle$ ، $|01\rangle$ ، $|10\rangle$

^۹ (partial transpose (PT

$$\rho = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

است. ترانهادهی جزئی این ماتریس چگالی به صورت

$$\rho^{PT} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

است که دارای سه ویژه مقدار مثبت و یک ویژه مقدار منفی است. در نتیجه ρ^{PT} یک ماتریس چگالی قابل قبول نیست. اگر $\hat{\rho}$ یک حالت غیر درهمتنیده باشد، در اینصورت $\hat{\rho}^{PT}$ یک عملگر چگالی مجاز است. بنابراین مثبت نبودن $\hat{\rho}^{PT}$ شرط کافی برای درهم‌تنیدگی $\hat{\rho}$ است. برای برخی از سامانه‌های ساده، مثلاً حالت‌های یک جفت کیوبیت، این شرط یک شرط لازم است. به عنوان مثال، حالت آمیخته‌ی ورنر را در نظر می‌گیریم، که ترکیبی از حالت تصادفی دو کیوبیتی $\frac{1}{4}\hat{I}\otimes\hat{I}$ و اولین حالت پل است:

$$\hat{\rho}_w = \frac{p}{4}\hat{I}\otimes\hat{I} + (1-p)|\Psi^-\rangle\langle\Psi^-|.$$

عملگر چگالی متناظر در پایه‌های محاسباتی $|00\rangle$ ، $|01\rangle$ ، $|10\rangle$ ، $|11\rangle$ ، برابر است با

$$\rho = \begin{pmatrix} \frac{1}{4}p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2}p\right) & -\frac{1}{2}(1-p) & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2}(1-p) & \frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2}p\right) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{4}p \end{pmatrix},$$

با گرفتن ترانهادهی جزئی از این ماتریس چگالی، داریم:

$$\rho^{PT} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4}p & 0 & 0 & -\frac{1}{2}(1-p) \\ 0 & \frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2}p\right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2}p\right) & 0 \\ -\frac{1}{2}(1-p) & 0 & 0 & \frac{1}{4}p \end{pmatrix},$$

که اگر $p < \frac{2}{3}$ این ماتریس دارای ویژه مقدار منفی است؛ در نتیجه اگر $p \geq \frac{2}{3}$ باشد، $\hat{\rho}_w$ درهم‌تنیده نیست و می‌توان آن را به شکل معادله (۲۶) نوشت. در این مقاله‌ی آموزشی به مفهوم درهم‌تنیدگی کوانتومی پرداخته و نحوه تشخیص این همبستگی را در سامانه‌های کوانتومی توضیح دادیم. در شماره بعدی نشریه، به کاربردهای این همبستگی می‌پردازیم.

مرجع:

- Quantum Information, by Stephen Barnett, 2009, OUP Oxford. ch2.

ارتباطات کوانتومی

پریا نیکجوی تبریزی

دانشجوی دکتری فتونیک دانشگاه تبریز

پست الکترونیک: paria.nikjoo۷۲@gmail.com

کوانتوم، واژه ای که در سال های اخیر بسیار بر سر زبان ها آمده و به دلیل کاربردهای ارزشمند بسیاری که دارد، مورد توجه پژوهشگران علم نیز قرار گرفته است. بنابراین با توجه به ویژگی هایی که دارد، می توان گفت مکانیک کوانتومی یکی از جدیدترین و موفق ترین زیرشاخه های علم فیزیک است. همانطور که در اکثر منابع با معنای عامیانه این کلمه آشنا شده ایم، در این مقاله نیز با اشاره جزئی به ماهیت کوانتوم پرداخته و مطلب خود را به سمت و سوی ارتباطات کوانتومی سوق خواهیم داد.

نخستین گام های فیزیک کوانتوم در اواخر قرن هجدهم میلادی؛ زمانیکه برخی مشاهدات فیزیکی با مدل های ارائه شده همخوانی نداشتند، برداشته شد. برخی از این موارد را می توان تحت عنوان طیف های اتمی، ویژگی های نور، پرتوزا بودن اتم ها، تابش جسم سیاه و موارد بسیار دیگر معرفی کرد. همچنین این شاخه ارزشمند از دریای بی پایان فیزیک به بررسی رفتارهای ذره ای و موجی مواد نیز می پردازد و در نهایت معادله معروف شرودینگر که پاسخ بسیاری از سوالات کوانتومی بوده است.

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = \left[\frac{-\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(\mathbf{r}, t) \right] \Psi(\mathbf{r}, t)$$

ریچارد فاینمن^۱ فیزیک دان و برنده جایزه نوبل در ارتباط با شرودینگر می گوید: « معادله بدست آمده توسط شرودینگر به خوبی طبیعت را توصیف می کند، اما نمی دانیم این معادله از کجا بدست آمده است و استخراج آن از هر چیزی که می شناسیم تقریباً غیرممکن است. این معادله از ذهن شرودینگر آمده است، شاید او درک شهودی بسیار عمیقی داشته است. »

همانطور که در ابتدای مطلب اشاره کردیم هدف ما معرفی کوانتوم نیست، چرا که اگر چنین قصدی داشته باشیم در دریای پهناوری از مکانیک کوانتومی

Richard Feynman

مقالات

باشد، باید راهی برای شکستن قوانین فیزیک یا مکانیک کوانتومی بیابد؛ چرا که دسترسی به اطلاعات در صورت استفاده از اینترنت کوانتومی عملاً غیرممکن خواهد شد.

عناصر کلیدی اینترنت کوانتومی در چهار دسته مهم طبقه بندی می شود:

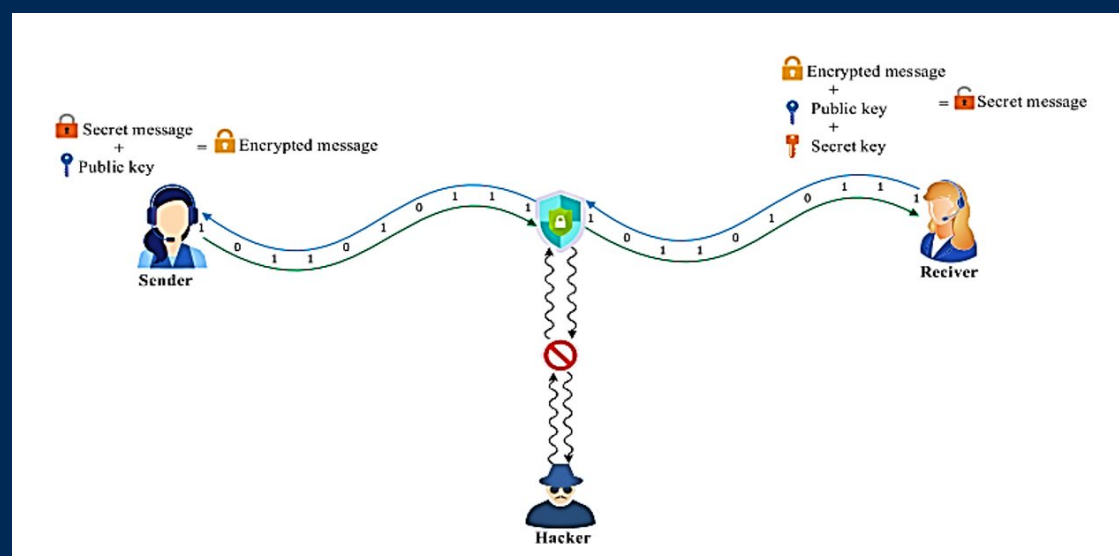
- (۱) کامپیوترهای کوانتومی
- (۲) شبکه های کوانتومی
- (۳) رمز نگاری کوانتومی
- (۴) یادگیری ماشین های کوانتومی

در ابتدا کامپیوترهای کوانتومی برای شبیه سازی فیزیک کوانتومی توسعه یافتند و سپس این مفهوم تا جایی گسترش یافت که قدرت محاسباتی کامل ماشین های کوانتومی را دربرگرفت.

روش های مختلفی برای مدل سازی اثرات کوانتومی برای توسعه سخت افزارهای کوانتومی مانند رایانه های کوانتومی و حسگرها وجود دارد.

ارتباطات کوانتومی را می توان به عنوان جابجایی اطلاعات کوانتومی که در حالت کوانتومی کدگذاری شده اند از یک مکان به مکان دیگر تعریف کرد. در این فناوری ارتباطی داده ها به صورت بیت منتقل نمی شوند و به جای آن توسط بیت های کوانتومی (کیوبیت) انتقال می یابند که در آن کل سیستم رمزگذاری شده است.

شکل زیر نیز نمای کلی روشنی از سیستم ارتباطی کوانتومی ایمن را ارائه می دهد. فرستنده یک پیام رمزگذاری شده را به گیرنده ارسال می کند و گیرنده تنها در صورتی می تواند آن پیام را باز کند که کلید مخفی را داشته باشد. این در صورتی است که بدون داشتن کلید مخفی هیچ شخص دیگری قابلیت دستیابی به پیام را نخواهد داشت.



و کاربردهای آن غرق خواهیم شد. بی شک مخاطبانی که این نشریه را برای مطالعه انتخاب می کنند، اطلاعات درخوری از آن دارند. پس قدم را فراتر می نهیم و جستاری پیشرفته تر در ارتباطات کوانتومی می زنیم تا گذار خود را از قرن ۱۸ به ۲۱ نشان داده و اثباتی برای پیشرفت روز افزون علم بیان کنیم.

علم اطلاعات کوانتومی از اثرات کوانتومی در فیزیک (مثل درهم تنیدگی) برای پردازش و انتقال اطلاعات استفاده می کند. بر این اساس رایانه های کوانتومی می توانند مسائل محاسباتی را با سرعتی حل کنند که پیش از این غیرممکن می دانستیم. بعنوان مثال مسائلی که حل آن ها با کامپیوترهای کلاسیک بیش از حد و چندین روز طول می کشید، دیگر با الگوریتم های کوانتومی دشوار نیستند و سرعت پاسخ دهی بسیار بالایی دارند.

بنابراین رشد سریع فناوری های کوانتومی در دانشگاه ها و صنعت به صورت بی سابقه ای در حال بروز و عملی شدن است. پیشرفت های مداوم در محاسبات کوانتومی را باید بصورت تلفیقی از چند رشته (فیزیک، مهندسی کامپیوتر و) بدست آورد و تلاش های هر زمینه را در جایگاه خود ارج نهاد.

علاوه بر موارد ذکر شده در ارتباط با مکانیک کوانتومی و پیشرفت هایی که در طی سالیان اخیر در این زمینه صورت گرفته است، اینبار از شبکه های کوانتومی صحبت می کنیم. ممکن است این ایده کاملاً تخیلی بنظر برسد اما کارشناسان حوزه شبکه بر این باور هستند که اینترنت کوانتومی می تواند در کمتر از یک دهه به واقعیتی ملموس در زندگی ما تبدیل شود. این اینترنت روی بخش خاصی از فیزیک کوانتوم تاکید دارد که در آن مواردی مانند انتقال دیتا در مسافت های طولانی و سفر در زمان امکان پذیر می شود.

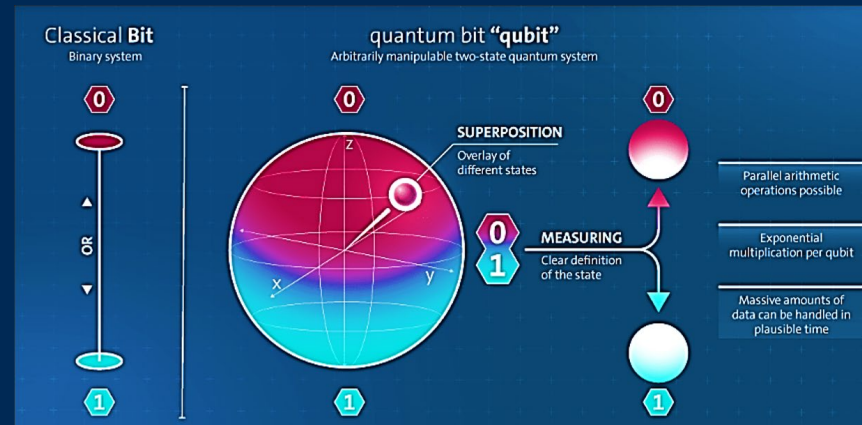
در دنیای فیزیکی، ما و اشیای پیرامون ما در محدوده قوانین فیزیکی حرکت می کنیم و به همین دلیل در دنیای کلاسیکی اشیا نمی توانند سریع تر از نور حرکت کنند و از نیروهای بازدارنده ای مانند گرانش زمین تاثیر می پذیرند؛ اما در دنیای کوانتوم، واحدهای کوانتومی تحت قوانین متفاوتی عمل می کنند و بنابراین اشیا می توانند سریع تر از نور حرکت کنند، به گذشته بروند و یا حتی از راه دور جابجا شوند. با وجود اینکه اجسام فیزیکی جایی در فضای کوانتومی ندارند، اما اجسام از فضای کوانتومی می توانند وارد دنیای حقیقی شوند که احتمالات هیجان انگیزی را در پی خواهد داشت.

طبق اطلاعات جمع آوری شده می توان به جسارت از امنیت ارتباط کوانتومی و سرعت بالای انتقال اطلاعات توسط این سیستم ها صحبت کرد، بطوریکه اگر شخصی قصد ورود به اینترنت کوانتومی و هک کردن اطلاعات آن را داشته

انواع کامپیوترهای کوانتومی:

کامپیوترهای کوانتومی جهانی (دیجیتال) ^۳	این مدل بر اساس مدل گیت های منطق کوانتومی مشابه با گیت های منطقی کلاسیکی است و می تواند مجموعه محدودی از محاسبات را توسط توابع بولی ^۲ انجام دهد. نهایتا این کامپیوترهای ساخته شده توسط یک مجموعه گیت منطقی کوانتومی جهانی استفاده می شود.
آنیل کوانتومی (آنالوگ) ^۴	عملکرد این سیستم ها بر اساس فرآیند an-nealing کوانتومی است. یک روش آنالوگ برای ساخت کامپیوترهای کوانتومی است و در حل مسائل بهینه سازی تخصص دارد که برای یادگیری ماشین و الگوریتم های بهینه سازی مفید است.
موارد دیگر	بهترین مدل پایه برای یک کامپیوتر کوانتومی بوده که هنوز هم قابل بحث است و راه های جدید دیگری برای ساخت یک کامپیوتر کوانتومی پیشنهاد می دهد. بعنوان مثال ادغام مدل های دیجیتالی و آنالوگ که برای آینده قابل پیش بینی است.

علاوه بر تعداد کیوبیت ها در یک کامپیوتر کوانتومی، ماتریس های عملکرد بسیار بیشتری وجود دارد، مانند: پایداری حالت در برابر عدم پیوستگی، اندازه سخت افزار برای کوچک نگه داشتن اندازه فیزیکی و حفظ عملکرد ثابت و تلورانس خطا برای تصحیح خطای کوانتومی. از نظر یک شبکه کوانتومی، فاصله پیوند ارتباطی و روش انتقال داده (بعنوان مثال سیمی از طریق فیبر یا بی سیم از طریق ماهواره) معیارهای رایج هستند.

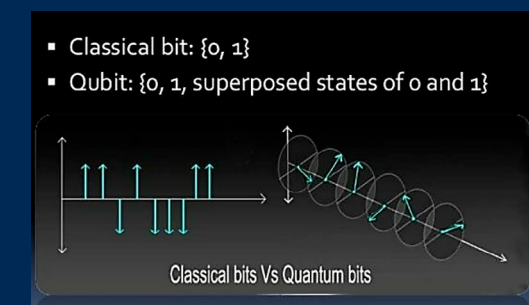


زبو یانگ^۵ و همکارانش در مقاله چاپ شده خود در سال ۲۰۲۳ به طور مختصر به بررسی چهار کلید اساسی مرتبط با اینترنت کوانتومی و تکنولوژی های مربوطه پرداخته اند.

Key Issues		Example Technologies
Quantum Computers	Universal Quantum Computers	Google Quantum AI, IBM Quantum, Microsoft Azure Quantum.
	Quantum Annealers	D-Wave Systems.
Quantum Networks	Communication Links	Quantum optical fibers, Wireless (satellite).
	Quantum Repeaters	Repeaters based on entangled quantum memories, entanglement exchange, and entanglement purification.
	Quantum Routers	Routing protocols for lossy links and quantum switches for different topologies.
Quantum Cryptography	QKD	BB84, E91.
	Beyond QKD	Conjugate coding, oblivious transfer.
Quantum Machine Learning	Fully Quantum	Quantum support vector machine, kernel methods.
	Hybrid Quantum-Classical	Quantum principal component analysis, Quantum assisted kernels.

اگرچه محاسبات کوانتومی هنوز در مرحله و فاز ابتدایی خود است اما پتانسیل آن برای ایجاد تحول در زیر ساخت های کلاسیک آن را برجسته می کند. گزارشات اخیر نشان می دهد که سرمایه گذاری جهانی در محاسبات کوانتومی در اواسط سال ۲۰۲۱ به ۲۵ میلیارد دلار رسیده است.

تعداد کیوبیت ها (یعنی بیت های کوانتومی) در یک کامپیوتر کوانتومی یک معیار رایج برای نشان دادن قدرت مهار فناوری کوانتومی است. در سیستم های کلاسیکی، بیت باید صفر یا یک باشد درحالیکه مکانیک کوانتومی به کیوبیت اجازه می دهد تا درجه بالایی از انسجام را برای هر دو منطقه به طور همزمان اشغال کند و این یک موقعیت اساسی در مکانیک کوانتومی و محاسبات کوانتومی است. در زمان حال این عدد در حدود دو مرتبه (صدها کیوبیت) برای کامپیوترهای کوانتومی جهانی و سه مرتبه بزرگی (هزاران کیوبیت) برای آنیل کوانتومی است. با این حال، قبل از اینکه این فناوری واقعا برای مشکلات رایج دنیای واقعی مفید واقع شود، این عدد باید یک میلیون بار بیشتر باشد.



Boolean functions 2

(Universal Quantum Computers (digital 3

(Quantum Annealer (analog ۴

Zebo Yang ۵

منابع:

1. <http://dx.doi.org/10.1109/COMST.2023.3254481>

2. Quantum computing with trapped ions: a beginner's guide

Department of Physics, University of Houston, Houston, Texas 77024-5005, USA

(Dated: September 19, 2023)

3. Quantum Information Technology 1

Timothy Spiller Trusted E-Services Laboratory HP Laboratories Bristol
HPL-2002-319 November 20 th , 2002

4. Lecture Notes for Physics 229: Quantum Information and Computation

John Preskill California Institute of Technology September, 1998

گارتنر محاسبات کوانتومی را به عنوان یک فناوری اجتناب ناپذیر در میان ده ها روش برتر فناوری استراتژیک در سال ۲۰۱۹ قرار داده است. وی در گزارش خود در سال ۲۰۲۱ بیش از ده سال تبلیغات برای محاسبات کوانتومی پیش بینی کرده است. این تبلیغات ممکن است قبل از اینکه بتواند نتایج مفیدی را ارائه دهد، به معنای توسعه ده ساله باشد. با این وجود پیش بینی ها حاکی از این است که حدود ۴۰ درصد از شرکت های بزرگ تا سال ۲۰۲۵ بررسی استفاده از محاسبات کوانتومی را در خدمات خود آغاز کنند.

غول های فناوری مانند IBM, Google, Intel در چند سال گذشته علاقه زیاد و البته قابل توجهی را به محاسبات کوانتومی نشان داده اند. شرکت های کوانتومی نیز مانند IonQ, D-Wave, Rigetti به طور مداوم پیشرفت های خود را در زمینه سخت افزار و کیت های توسعه نرم افزار کوانتومی (SDK) اعلام کرده اند.

اطلاعات کوانتومی

مریم دادپور

دانشجوی کارشناسی ارشد اخترفیزیک دانشگاه شیراز

پست الکترونیک: gorgeous94oggg@gmail.com

اطلاعات کوانتومی یکی از شاخه‌های پر اهمیت و بحث برانگیز در حوزه‌ی تحقیقاتی دهه‌های اخیر به شمار می‌رود. کامپیوترهای کوانتومی زبانی جدید مبتنی بر مکانیک کوانتومی برای انجام محاسبات با شبیه‌سازی‌هایی بدیع برای مسائل موجود ارائه کرده‌اند.

یکی از اهداف کامپیوترهای کوانتومی طراحی الگوریتم‌هایی است که با سرعت بسیار بیش‌تر در مقایسه با همتایان کلاسیک خود اجرا می‌شوند. مبانی اطلاعات کوانتومی و محاسبات کوانتومی بر پایه‌ی ساده‌ترین مدل‌های کوانتومی بنا شده‌اند. برای مثال می‌توان به سیستم الکترون با اسپین $1/2$ که یک سیستم دوسطحی است اشاره کرد.

در این مطلب ابتدا به طور خلاصه اطلاعات کلاسیکی را توضیح می‌دهیم و سپس به بررسی جزئی‌تر اطلاعات کوانتومی، نحوه‌ی پردازش اطلاعات کوانتومی و کاربردهای آن در فناوری‌های کوانتومی می‌پردازیم.

اطلاعات کلاسیکی:

واحد پایه‌ی اطلاعات کلاسیک بیت است که می‌تواند در یکی از حالت‌های صفر و یا یک قرار بگیرد. در حقیقت در یک کامپیوتر کلاسیک، اطلاعات به صورت رشته‌ای از بیت‌ها (0 و 1) جابه‌جا می‌شوند. به منظور استفاده از اطلاعات باید واحدهای اطلاعاتی را پردازش کنیم. عملیات ابتدایی که برای این منظور استفاده می‌شود، گیت نام دارد. گیت‌های کلاسیکی با عمل‌گرهای جبر بولی (and, or, not, reset) متناظرند.

با اعمال هر یک از گیت‌ها بر روی یک بیت، وضعیت آن بیت تغییر می‌کند. در زیر مثالی از اعمال عمل‌گر not و reset را بر روی بیت اولیه‌ی صفر و یک را

مشاهده می‌کنیم:

Initial State	Final State
0	1=(0)not
1	0=(1)not
0	0=(0)reset
1	0=(1)reset

حال با دانستن این که اطلاعات کلاسیکی چیست و چگونه عمل می‌کنند به سراغ تعاریف مرتبط با اطلاعات کوانتومی می‌رویم.

اطلاعات کوانتومی:

واحد پایه اطلاعات کوانتومی بیت کوانتومی یا همان کیوبیت است که مشابه بیت کلاسیکی که توسط اصل برهم نهی تقویت شده است، رفتار می‌کند. یک کیوبیت با یک سیستم کوانتومی دو حالتی ایده‌آل نشان داده می‌شود. نمونه‌هایی از این سیستم‌ها فوتون‌ها، الکترون‌ها، سیستم‌های اسپین 1 و اسپین 2 (چرخش بالا و پایین) هستند. از دیگر سیستم‌های کوانتومی می‌توان به سیستم‌هایی که با دو سطح انرژی از اتم‌ها یا یون‌ها تعریف می‌شوند، اشاره کرد. سیستم‌های دو حالتی همواره نقش مهمی را در مطالعات مکانیک کوانتومی ایفا کرده است. این سیستم‌ها ساده‌ترین سیستم‌های کوانتومی هستند و در اصل سایر سیستم‌های کوانتومی را می‌توان در فضای حالت مجموعه‌ای از کیوبیت‌ها مدل‌سازی کرد. از نظرگاه پردازش اطلاعات، فضای حالت کیوبیت شامل دو حالت منطقی یا محاسباتی $|0\rangle$ و $|1\rangle$ است.

حالت اولیه‌ی کیوبیت همواره یکی از دو حالت نام‌برده می‌باشد. برهم نهی حالت‌های کیوبیت را می‌توان به صورت $\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ نشان داد. α و β که اعدادی مختلط هستند و ضرایب برهم نهی را تشکیل می‌دهند، دامنه‌ی برهم نهی نامیده می‌شوند.

نمایش برداری برهم نهی به صورت مقابل است.

$$\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \leftrightarrow \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$$

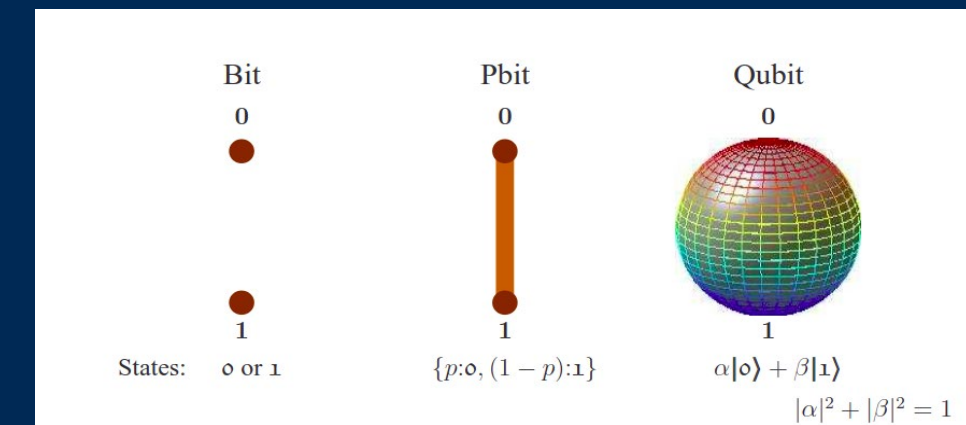
در صورتی که برهم نهی متناظر با برداری به طول یک (بهنجار) باشد به آن

حالت خالص می‌گوییم.

$$1 = |\beta|^2 + |\alpha|^2$$

در حقیقت اصل بر هم نهی در اطلاعات کوانتومی یعنی ما می‌توانیم حالت‌هایی را که مجموع حالت‌های منطقی با ضرایب مختلط هستند، داشته باشیم.

بیت احتمالی (pbit) نوع دیگری از اطلاعات است که حالت‌های آن ترکیبی از حالت‌های منطقی است. برای تبدیل حالت‌های کیوبیت به اطلاعات کلاسیکی که اندازه‌گیری نام دارد، با مفهوم احتمال و بیت احتمالی سر و کار خواهیم داشت. تصویر زیر مقایسه‌ای عینی از بیت، کیوبیت و پی بیت نشان می‌دهد.



در ادامه به نحوه‌ی پردازش اطلاعات کوانتومی می‌پردازیم:

پردازش یک کیوبیت:

همان‌طور که در اطلاعات کلاسیکی واحدهای اطلاعاتی را با گیت‌ها پردازش می‌کنیم، پردازش اطلاعات کوانتومی توسط گیت‌های کوانتومی صورت می‌پذیرد. not و noop دو نمونه از گیت‌های کوانتومی هستند.

با اعمال گیت not بر روی بیت کوانتوم خواهیم داشت:

$$\text{not}(\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle) = \alpha|1\rangle + \beta|0\rangle = \beta|0\rangle + \alpha|1\rangle$$

در نمایش برداری معادله به صورت $\text{not} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta \\ \alpha \end{pmatrix}$ در می‌آید. نمایش ماتریسی

اثر گیت not بر روی کیوبیت به صورت زیر است که ماتریس $\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

نقش گیت not را ایفا می‌کند.

$$\text{not} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$$

با اعمال گیت noop بر روی کیوبیت‌ها، آن‌ها بدون تغییر باقی می‌مانند:

$$\text{noop} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$$

گیت‌های not و noop برگشت پذیر هستند. یعنی می‌توانیم با اعمال گیت‌های دیگر بر روی نتیجه‌ی حاصل از گیت‌های not و noop آن‌ها را به حالت کیوبیت‌های اولیه‌ی پردازش نشده برگردانیم. برای مثال با اعمال مجدد گیت not، اثر گیت not اولیه خنثی می‌شود و کیوبیت‌های اولیه را خواهیم داشت.

همان‌طور که در قسمت قبل دیدیم، حالت‌های کیوبیت را می‌توان به صورت نقاط روی یک کره نشان داد. بنابراین، گیت‌های یک کیوبیتی برگشت پذیر را می‌توان متناظر با چرخش‌های کره‌ی بلاخ در نظر گرفت. چرخش حول محورهای x، y و z توسط ماتریس‌های پائولی ایجاد می‌شود که هر کدام نمایان‌گر یک کیوبیت است.

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

برای مثال چرخش حول محور x با زاویه‌ی فی به صورت زیر نمایش داده می‌شود.

$$e^{-i\sigma_x \frac{\phi}{2}} = \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) 1 - \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \sigma_x$$

برای محاسبه‌ی این عبارت می‌توان از سری‌های زیر بهره جست.

$$\sigma_x^2 = 1 \text{ و } e^A, e^A = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} A^k$$

در زیر گیت‌هایی را که به وسیله‌ی چرخش تعریف می‌شوند را مشاهده می‌کنیم.

$$90^\circ x - \text{rotation: } \text{rot}x_{90^\circ} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -i \\ -i & 1 \end{pmatrix}$$

$$90^\circ y - \text{rotation: } \text{rot}y_{90^\circ} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

دیگر حالات دو کیوبیتی را در نمایش دیراک در زیر می‌بینیم:

$$\begin{aligned} |\psi_1\rangle_{AB} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_A + |1\rangle_A)|1\rangle_B, \\ |\psi_2\rangle_{AB} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_A - |1\rangle_A)\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_B + i|1\rangle_B) \\ &= \frac{1}{2}(|00\rangle_{AB} + i|01\rangle_{AB} - |10\rangle_{AB} - i|11\rangle_{AB}) \\ |\psi_3\rangle_{AB} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle_{AB} + |11\rangle_{AB}), \\ |\psi_4\rangle_{AB} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle_{AB} - |10\rangle_{AB}). \end{aligned}$$

پردازش دو کیوبیت:

ساده‌ترین روش برای پردازش و تغییر وضعیت دو کیوبیت اعمال یکی از گیت‌های یک کیوبیتی است. اگر در نمایش دیراک باشیم با قرار دادن برچسب A و B بر روی برا-کت‌ها متوجه خواهیم شد کیوبیت به کجا تعلق دارد. برای مثال با اعمال گیت not بر روی کیوبیت B خواهیم داشت:

$$\text{not}^{(B)} = |0\rangle_B^B\langle 1| + |1\rangle_B^B\langle 0|$$

در مثالی دیگر با دانستن نحوه ادغام برا-کت‌ها با برچسب یکسان (B و A) گیت not را بر روی یکی از حالت‌های بل اعمال می‌کنیم. همان‌طور که می‌بینید اثر گیت not با برگرداندن نمادهای حالت برای کیوبیت B نشان دهنده یکی دیگر از حالت‌های بل است.

$$\begin{aligned} \text{not}^{(B)} \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle_{AB} + |11\rangle_{AB}) &= (|0\rangle_B^B\langle 1| + |1\rangle_B^B\langle 0|) \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle_{AB} + |11\rangle_{AB}) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_B^B\langle 1|(|00\rangle_{AB} + |11\rangle_{AB}) + |1\rangle_B^B\langle 0|(|00\rangle_{AB} + |11\rangle_{AB})) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_B^B\langle 1||00\rangle_{AB} + |0\rangle_B^B\langle 1||11\rangle_{AB} + |1\rangle_B^B\langle 0||00\rangle_{AB} + |1\rangle_B^B\langle 0||11\rangle_{AB}) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_A|0\rangle_B^B\langle 1||0\rangle_B + |1\rangle_A|0\rangle_B^B\langle 1||1\rangle_B + |0\rangle_A|1\rangle_B^B\langle 0||0\rangle_B + |1\rangle_A|1\rangle_B^B\langle 0||1\rangle_B) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_A|0\rangle_B 0 + |1\rangle_A|0\rangle_B 1 + |0\rangle_A|1\rangle_B 1 + |1\rangle_A|1\rangle_B 0) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle_A|0\rangle_B + |0\rangle_A|1\rangle_B) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle_{AB} + |10\rangle_{AB}). \end{aligned} \quad (27)$$

$$\phi z - \text{rotation: } \text{rot}z_\phi = \begin{pmatrix} e^{-\frac{i\phi}{2}} & 0 \\ 0 & e^{\frac{i\phi}{2}} \end{pmatrix}$$

$$\text{Hadamard gate: } H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

گیت‌های چرخشی اغلب در کنترل اسپین‌ها یا یون‌ها با پالس‌های فرکانس رادیویی یا لیزرها ظاهر می‌شوند. گیت هادامارد یکی از گیت‌هایی است که عمدتاً توسط برنامه نویسان کوانتومی مورد استفاده قرار می‌گیرد. این گیت به صورت حاصل ضرب چرخش ۹۰ درجه حول محور Y و نشان داده می‌شود. در ادامه به بررسی دو کیوبیت و نحوه پردازش آن می‌پردازیم.

دو کیوبیت:

برخی از حالت‌های دو بیت کوانتومی را می‌توان با کنار هم قرار دادن (یا ضرب) حالات هر بیت کوانتومی نشان داد. این حالت‌ها متناظر با حالت‌های کلاسیک دو بیتی هستند. به طور خاص، چهار حالت منطقی $|0\rangle|0\rangle$, $|0\rangle|1\rangle$, $|1\rangle|0\rangle$, and $|1\rangle|1\rangle$ دو بیت کوانتومی هستند. برای راحتی کار اطلاعات دو کیوبیتی را می‌توان با A و B نشانه‌گذاری می‌کنیم. برای مثال برای $|0\rangle|1\rangle$ داریم:

$$|0\rangle_A|1\rangle_B = |1\rangle_B|0\rangle_A = |01\rangle_{AB} = |10\rangle_{BA}$$

همان‌طور که بر هم نهی برای یک کیوبیت دیگر حالات خالص را به دست می‌داد، برای دو کیوبیت نیز چنین است. بر هم نهی حالت‌های دو کیوبیتی به صورت زیر است.

$$\alpha|00\rangle_{AB} + \beta|01\rangle_{AB} + \gamma|10\rangle_{AB} + \delta|11\rangle_{AB}$$

و $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ اعداد مختلط هستند. شکل برداری این ضرایب به صورت $\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix}$ است. و این بردار باید همانند یک کیوبیت بهنجار باشد، یعنی:

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 + |\gamma|^2 + |\delta|^2 = 1$$

نمایش ماتریسی گیت $\text{not } B$ یک ماتریس است که بر روی نمایش برداری یک حالت دو کیوبیتی عمل می‌کند. با وجود این که ارتباط بین این ماتریس و ماتریس یک کیوبیتی به وضوح قابل مشاهده نیست اما تجسم عملیاتی که انجام می‌شود در نمایش ماتریسی اغلب آسان‌تر از نمایش برا-کت است.

$$\text{not}^{(B)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

چون می‌توانیم بر روی هر کیوبیت به طور مستقل عمل کنیم و همچنین به این دلیل که گیت noop کیوبیت را بدون تغییر بر می‌گرداند، برای این که بتوانیم رابطه‌ی بین گیت $\text{not } B$ ماتریس دو کیوبیتی و یک کیوبیتی را درک کنیم ماتریس $\text{not } B$ را به صورت ضرب کرونکر (ضرب تانسوری) ماتریس‌های not و noop می‌نویسیم.

$$\text{noop}^{(A)} \text{not}^{(B)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{noop}^{(A)} \text{not}^{(B)} = \begin{pmatrix} 1 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} & 0 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ 0 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} & 1 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

$$\text{noop}^{(A)} \text{not}^{(B)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

همان‌طور که در اطلاعات کلاسیکی اعمال گیت‌های یک بیتی با محدودیت‌هایی روبه روست، به طور مشابه عمل‌کرد گیت‌های یک کیوبیتی نیز محدود

است. بنابراین به یک گیت دو کیوبیتی نیاز داریم که لازم نباشد آن را به صورت حاصل ضرب دو گیت یک کیوبیتی در آوریم. گیت کنترل (cnot) شناخته شده‌ترین گیت با این ویژگی است. عمل‌کرد گیت کنترل به این صورت است که اگر بیت اولیه ۱ باشد، بیت دوم را بر می‌گرداند و در غیر این صورت کاری انجام نمی‌دهد. گیت کنترل یک گیت برگشت پذیر است. نمایش برا-کت و ماتریسی این گیت را در زیر می‌بینیم.

$$\begin{aligned} \text{cnot}^{(AB)} &= |0\rangle_A \langle 0| + |1\rangle_A \langle 1| \left(|0\rangle_B \langle 1| + |1\rangle_B \langle 0| \right) \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

پردازش n کیوبیت:

در صورتی که بیش از دو کیوبیت داشته باشیم اگر یک حالت $|0\rangle_A |0\rangle_B |0\rangle_C |0\rangle_D |0\rangle_E$ در نظر بگیریم، در این صورت باید گیت‌ها را بر روی هر یک یا دو بیت کوانتومی اعمال کنیم. برای مثال گیت کنترل را از کیوبیت B به کیوبیت D اعمال می‌کنیم. لازم به ذکر است ترتیب برچسب‌های B و D در نمایش دیراک اهمیت دارد و در اینجا طول بردارو باید برا-کت‌ها را مجدداً مرتب سازی کنیم که کار مشکلی است. بنابراین استفاده از نمایش ماتریسی برای پردازش اطلاعات n کیوبیتی معقول‌تر به نظر می‌رسد و می‌توان از ویژگی‌های کاربردی ماتریس یک به بهره جست. هر ماتریس برگشت پذیر که روی حالت‌های کوانتومی اعمال شود می‌تواند به عنوان حاصل ضرب گیت‌های یک کیوبیتی و دو کیوبیتی بیان شود. گیت‌هایی که این ویژگی مهم را دارند گیت‌های جهانی (universal) نامیده می‌شوند.

از آن جایی که دسترسی به تعداد زیادی کیوبیت برای محاسبات ضروری است، برای راحتی کار لازم است بتوانیم

عمل‌گری را اعمال کنیم که بتواند کیوبیت جدید اضافه کند. بنابراین به جای این که از همان ابتدا فرض کنیم تعداد بسیار زیادی کیوبیت در اختیار داریم، از عمل‌گر add برای افزودن یک کیوبیت جدید استفاده می‌کنیم.

در یک جمع‌بندی می‌توان گفت موضوع مهم برای حل مسأله با استفاده از پردازش اطلاعات کوانتومی این است که مشخص شود چه منابع فیزیکی در دسترس و چه مقدار از هر منبع برای حل مساله مورد نیاز است. هنگام استفاده از پردازش اطلاعات کوانتومی نمی‌توان از اهمیت منابع کلاسیک چشم

منابع:

1. Introduction to Quantum Information Processing E. Knill, R. Laflamme, H. Barnum, D. Dalvit, J. Dziarmaga, J. Gubernatis, L. Gurvits, G. Ortiz, L. Viola and W. H. Zurek February 1, 2008
2. Quantum computing with trapped ions: a beginner's guide
Department of Physics, University of Houston, Houston, Texas 77024-5005, USA
(Dated: September 19, 2023)
3. Quantum Information Technology 1
Timothy Spiller Trusted E-Services Laboratory HP Laboratories Bristol
HPL-2002-319 November 20 th , 2002
4. Lecture Notes for Physics 229: Quantum Information and Computation
John Preskill California Institute of Technology September, 1998

پوشید. این منابع برای اجرای رایانه‌ای که سیستم کوانتومی را کنترل می‌کند و هم چنین برای انجام کارهایی که پیش و پس از پردازش اطلاعات لازم است، استفاده می‌شوند. همان‌طور که پیش از این اشاره شد در منابع کلاسیک، بیت‌ها از منابع اولیه به شمار می‌روند و تعداد بیت‌هایی که توسط یک الگوریتم استفاده می‌شوند فضای مورد نیاز آن را تشکیل می‌دهند. منابع کوانتومی مشابه منابع کلاسیکی دارای فضای کوانتومی که همان تعداد کیوبیت‌ها و زمان کوانتومی که تعداد گیت‌های کوانتومی است، می‌باشند. اطلاعات کوانتومی و دانش پردازش اطلاعات کوانتومی از زمینه‌های به سرعت در حال رشد هستند. با مشخص شدن کاربردهای اطلاعات کوانتومی در فناوری، سودمندی این شاخه روز به روز آشکارتر می‌شود. محاسبات کوانتومی، ارتباطات کوانتومی و رمز نگاری، توزیع کلید کوانتومی از جمله موارد کاربرد اطلاعات کوانتومی در فناوری هستند. ایده‌هایی نظیر یادگیری ماشین کوانتومی و نیز هوش مصنوعی کوانتومی توسط بایامونت (Biamonte) مطرح شده‌اند. اما همان‌طور که خود بایامونت اشاره می‌کند چالش‌های نرم افزاری و سخت افزاری فراوانی برای پیاده‌سازی این ایده‌ها وجود دارد.

ترانزیستور های مبتنی بر تداخل کوانتومی

پوریا کشفی

دانشجوی کارشناسی ارشد مخابرات نوری

دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی

پست الکترونیک: s.pouriya.kashfi@gmail.com

تداخل کوانتومی می تواند منجر به تولید ترانزیستورهایی کوچک تر، سریع تر و با بهره وری انرژی بالاتر شود.

تاریخ: ۲۵ مارچ ۲۰۲۴

منبع: دانشگاه کوئین مری لندن

تیمی از محققان دانشگاه های کوئین مری لندن، دانشگاه آکسفورد، دانشگاه لانکستر و دانشگاه واترلو ترانزیستوری تک مولکولی را توسعه داده اند که از تداخل کوانتومی برای کنترل شارش الکترون ها استفاده می کند. این ترانزیستور که شرح آن در مجله نیچر نانو تکنولوژی (Nature nano technology) آورده شده است، راهی جدید را برای استفاده از اثرات کوانتومی در تجهیزات الکترونیکی گشوده است.

ترانزیستورها قطعات اصلی دنیای الکترونیک هستند. کاربردهای آنها در زمینه تقویت کنندگی و سوئیچ های الکترونیکی سبب شده تا جز اصلی طیف وسیعی از ساختارهای گوناگون از تلفن همراه گرفته تا کشتی های فضایی باشند. با این حال محدودیت هایی که در روش های قدیمی مانند برش سیلیکون به کانال وجود داشته، ساخت ترانزیستور ها را با محدودیت مواجه کرده است. ضمناً هر چقدر ابعاد ترانزیستورها کوچک تر شود بازدهی آنها کم تر شده و عملکردی با خطای بیشتر خواهند داشت، مثلاً زمانی که سوئیچ ترانزیستوری در حالت خاموش قرار دارد، ممکن است شارش الکترون ها از طریق پدیده

اخگر

تونل زنی کوانتومی ادامه پیدا کرده و در این حالت ترانزیستور عملکرد کاملاً خاموش نخواهد داشت. محققان روش جدیدی از سویچینگ را یافته اند که در آن امکان استفاده از مواد مختلف وجود داشته و چنین پدیده هایی در زمان سویچ زنی آن ها وجود نخواهد داشت.

پروفسور جان مل (John Mol) و دکتر جیمز توماس (James Thomas) و گروه تحقیقات ایشان که در مدرسه فیزیک شیمی دانشگاه کوئین مری فعال است، با مطالعه بر روی ساختار های نانو دریافته اند که اثرات کوانتومی در این ابعاد غالب بوده و الکترون ها رفتاری موجی و نه ذره ای از خود نشان می دهند. بدین ترتیب محققان گونه جدیدی از ترانزیستور ها را مبتنی بر اثرات کوانتومی ابداع کرده اند. ناحیه فعال این ترانزیستور تک پورفیرین روی بوده که مولکولی با قابلیت هدایت الکترون می باشد. پورفیرین بین دو الکتروود از جنس گرافن قرار گرفته شده و زمانی که ولتاژ به الکتروود اعمال شود، شارش الکترون از طریق مولکول های ساختار و به شکل تداخل کوانتومی کنترل می شود.

تداخل پدیده ای است که در آن دو موج با هم وارد برهم نهی یا فعل و انفعال شده بدین صورت که در برخی نقاط باعث تقویت (برهم نهی سازنده) و در برخی نقاط باعث تضعیف (بر هم نهی مخرب) یکدیگر می شوند. در این گونه توسعه یافته از ترانزیستورها برای کاربرد سویچینگ حالت روشن، همان برهم نهی سازنده و حالت خاموش بر هم نهی ویرانگر تداخل بین الکترون ها است زمانی که از طریق مولکول های لایه پورفیرین روی شارش می کنند.

هم چنین محققان پی برده اند که در این دسته از ترانزیستورها نرخ سویچ شدن از حالت روشن به خاموش یا بالعکس خیلی سریع بوده که این به معنای دقت بالاتر در وضعیت های خاموش و یا روشن است. تداخل کوانتومی ویرانگر در این ساختارها نقشی اساسی در تثبیت وضعیت خاموش شدن ترانزیستور با حذف پدیده تونل زنی کوانتومی و از بین بردن جریان الکترون ها داشته است. ضمناً شرایط پایداری در این دسته از ترانزیستور ها نسبت به ساختارهای قبلی ارتقا داشته است. ترانزیستور های قبلی که از تک مولکول ساخته شده بودند، تنها قادر به کار کردن در یک دوره سویچینگ کوتاه مدت بوده، حال آنکه در مدل جدید، ترانزیستور قابلیت کار در بیش از هزاران دوره سویچینگ بدون متحمل شدن هیچ گونه آسیبی را دارد.

به گفته دکتر جیمز توماس استاد دانشگاه کوئین مری "پدیده تداخل کوانتومی پتانسیل استفاده شدن در گونه های متفاوتی از ساختارهای الکترونیکی را دارد." هم چنین به عقیده وی این پدیده قادر به تولید ترانزیستورهای کوچک تر، سریع تر و با بازدهی انرژی بالاتر نسبت به ساختار های موجود است.

در جریان پدیده ای که به نام نوسان زیر آستانه نام دارد و نشان دهنده میزان

حساسیت ترانزیستور به تغییرات ولتاژ بخش گیت است، ترانزیستور های مبتنی بر تداخل کوانتومی عملکرد بهتری داشته اند که به معنای حساسیت پایین تر آنهاست. از طرفی هر چه نوسان زیر آستانه پایین تر باشد، بهره وری ترانزیستور بیشتر خواهد بود. در نمونه ساخته شده توسط این گروه، میزان نوسانات زیر آستانه به مقدار 140 میلی ولت بر دسیمال بوده که نسبت به ترانزیستور های مولکولی مشابه عملکرد بهتری داشته و به نسبت، با نانو ساختار های لوله ای بزرگ ساخته شده از کربن قابل مقایسه است.

پژوهش حاضر هم چنان در مراحل اولیه می باشد ولی محققان امیدوارند که این گونه ترانزیستور بتواند معرف و آغازگر نسل جدیدی از قطعات الکترونیکی باشد. این تجهیزات کاربردهای گوناگونی از رایانه ها و گوشی های همراه گرفته تا تجهیزات پزشکی دارند.

منابع:

1:<http://dx.doi.org/10.1109/COMST.2023.3254481>

2:<https://devopedia.org/qubit>

3:<https://doi.org/10.48550/arXiv.2212.13333>

  qtech_magazine

  Socialqta

@ Qtech@qsta.ir

 qsta.ir

نشانی: تبریز . دانشگاه تبریز . دانشکده فیزیک.
انجمن علمی-دانشجویی فناوری های کوانتومی 